Jurnal Pendidikan MIPA
Volume 15. Nomor 1, Maret 2025 | ISSN: 2088-0294 | e-ISSN: 2621-9166
https://doi.org/10.37630/jpm.v15i1.2606

Analisis Kemampuan Penalaran Mahasiswa dalam Memahami Konsep Limit Fungsi

Nurpadila[1),*], Ramanda Meridina[1)], Victory Rajani Sinaga[1)], Michael Christian Simanullang[1)]

[1)]Universitas Negeri Medan

*Coresponding Author: nurpadilla0990@gmail.com

ABSTRAK

Penelitian ini mengeksplorasi konsep fundamental limit dalam kalkulus, dengan fokus pada tiga limit kiri, limit kanan, dan limit tak hingga. Limit kiri $\lim\limits_{x \to c^-} f(x)$ menganalisis nilai yang didekati fungsi ketika variabel mendekati titik dari nilai lebih kecil, sementara limit kanan $\lim\limits_{x \to c^+} f(x)$ mempelajari perilaku fungsi saat didekati dari nilai lebih besar. Limit tak hingga mengkaji perilaku asimtotik fungsi saat variabel atau fungsi mendekati nilai ekstrem. Melalui metode deskriptif kualitatif, penelitian menganalisis pemahaman konseptual dan aplikasi praktis dari ketiga jenis limit. Menggunakan instrument soal yang disebarkan kepada tiga mahasiswa jurusan matematika. Hasil menunjukkan bahwa mahasiswa sering mengalami miskonsepsi, terutama saat menangani fungsi diskontinu dan menganalisis limit kiri-kanan. Strategi pembelajaran modern yang mengintegrasikan visualisasi, teknologi komputasi, dan pendekatan multi-representasi terbukti efektif dalam membangun pemahaman komprehensif. Kemampuan menghitung limit dengan tepat tidak hanya penting untuk keberhasilan akademis tetapi juga mempersiapkan mahasiswa untuk aplikasi matematika tingkat lanjut dalam berbagai bidang seperti fisika, ekonomi, dan teknik. Penelitian menyoroti pentingnya pengembangan intuisi matematis melalui interpretasi geometris limit dan tualisasi dalam aplikasi nyata untuk memperkuat pemahaman konseptual mahasiswa.

Kata kunci; Limit Kiri; Limit Kanan; Limit Tak Hingga; Kontinuitas Fungsi; Pembelajaran Matematika

Received: 10 Mar 2025; **Revised**: 19 Mar 2025; **Accepted**: 20 Mar 2025; **Available Online**: 21 Mar 2025

PENDAHULUAN

Konsep limit dalam kalkulus merupakan fondasi penting yang menjembatani transisi dari aljabar ke analisis matematis. Limit memungkinkan untuk memahami perilaku fungsi saat variabelnya mendekati nilai tertentu tanpa harus mencapai nilai tersebut. Konsep ini diperkenalkan pada abad ke-17 oleh matematikawan terkenal seperti Newton dan Leibniz, yang secara independen mengembangkan kalkulus diferensial dan integral (Rizal, 2023). Limit menjadi perangkat matematika yang sangat penting karena memungkinkan untuk mendefinisikan turunan dan integral dengan cara yang presisi dan rigorous, mengatasi paradoks dan kesulitan yang muncul dalam matematika sebelumnya. Melalui limit, dapat menganalisis perubahan sesaat, menghitung luas di bawah kurva, dan memecahkan berbagai masalah kompleks dalam fisika, ekonomi, dan bidang lainnya. Ketika mempelajari limit, mengeksplorasi tiga varian utamanya: limit kiri, limit kanan, dan limit tak hingga, yang masing-masing memberikan perspektif berbeda tentang perilaku fungsi dalam situasi yang berbeda (Nuril et al., n.d.).

Limit kiri *(left-hand limit)* merupakan nilai yang didekati oleh fungsi ketika variabel independen mendekati titik tertentu dari arah kiri atau nilai yang lebih kecil. Secara notasi, limit kiri ditulis sebagai $\lim\limits_{x \to c^-} f(x)$, yang berarti nilai limit fungsi *f(x)* saat *x* mendekati *c* dari nilai yang lebih kecil dari *c*. Konsep ini sangat penting dalam menganalisis diskontinuitas fungsi dan perilaku fungsi di ser titik-titik kritis (Wahyuni, 2020). Dalam aplikasi praktis, limit kiri memungkinkan untuk memahami bagaimana sistem berperilaku sebelum mencapai titik kritis atau titik perubahan. Misalnya, dalam analisis ekonomi, limit kiri dapat digunakan untuk mempelajari perilaku harga pasar sebelum intervensi kebijakan, atau dalam fisika untuk menganalisis perilaku sistem sesaat sebelum terjadi perubahan fase. Memahami limit kiri dengan baik juga membantu dalam menganalisis fungsi pecahan, fungsi dengan akar, dan fungsi lain yang mungkin memiliki domain terbatas pada interval tertentu. Ketika

ISSN: 2088-0294 | e-ISSN: 2621-9166
https://doi.org/10.37630/jpm.v15i1.2606

membandingkan limit kiri dengan limit kanan pada titik yang sama, dapat menentukan apakah fungsi tersebut kontinu pada titik tersebut.

Limit kanan *(right-hand limit),* di sisi lain, mengkan nilai yang didekati oleh fungsi ketika variabel independen mendekati titik tertentu dari arah kanan atau nilai yang lebih besar. Secara notasi, limit kanan ditulis sebagai $\lim_{x\to c^+} f(x)$ mengindikasikan nilai limit fungsi *f(x)* saat *x* mendekati *c* dari nilai yang lebih besar dari *c*. Seperti halnya limit kiri, limit kanan juga krusial dalam pemeriksaan kontinuitas fungsi dan analisis perilaku fungsi di ser titik-titik perubahan. Dalam aplikasi nyata, limit kanan memungkinkan untuk memprediksi bagaimana sistem akan berperilaku segera setelah melewati titik kritis. Misalnya, dalam analisis struktural, limit kanan dapat digunakan untuk mempelajari perilaku material setelah mencapai titik leleh, atau dalam studi demografis untuk menganalisis perubahan populasi setelah implementasi kebijakan baru (Arya & Rahayu, 2023). Pemahaman mendalam tentang limit kanan juga penting dalam menganalisis fungsi dengan lompatan diskontinu, fungsi bertingkat, dan fungsi-fungsi yang didefinisikan secara berbeda pada interval yang berbeda. Keselarasan antara limit kiri dan limit kanan pada suatu titik menjadi syarat penting untuk eksistensi limit biasa pada titik tersebut.

Sementara itu, limit tak hingga mengeksplorasi perilaku fungsi ketika variabel independen mendekati nilai yang sangat besar (baik positif maupun negatif) atau ketika fungsi itu sendiri tumbuh tanpa batas. Konsep ini diekspresikan dalam dua cara: limit saat x mendekati tak hingga $\lim_{x\to\infty} f(x)$ atau $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ dan limit fungsi yang mengarah ke tak hingga $\lim_{x\to c} f(x) = \infty$ Limit tak hingga memberikan wawasan mendalam tentang perilaku asimtotik fungsi, yang sangat penting dalam pemodelan fenomena jangka panjang atau skala besar (Wardani et al., 2023). Dalam fisika, limit tak hingga digunakan untuk memahami perilaku sistem pada skala kosmik atau subatomik; dalam ekonomi, untuk memprediksi tren jangka panjang; dan dalam teknik, untuk menganalisis stabilitas sistem dinamis. Melalui konsep limit tak hingga, dapat menganalisis fungsi rasional dan mengidentifikasi asimtot horizontal dan vertikal, yang memberikan visual tentang bagaimana fungsi berperilaku pada nilai ekstrem. (Qadry et al., 2021) pemahaman tentang limit tak hingga juga memungkinkan untuk menyelidiki konvergensi deret tak hingga, mengembangkan ekspansi Taylor, dan menganalisis pertumbuhan eksponensial versus polinomial, yang semuanya merupakan alat penting dalam matematika terapan dan teoretis.

Konsep limit kiri merupakan salah satu fondasi penting dalam kalkulus diferensial yang membantu memahami perilaku fungsi saat mendekati suatu titik dari arah kiri. Berdasarkan penelitian (Basani et al., 2023) limit kiri didefinisikan sebagai nilai yang didekati oleh suatu fungsi *f(x)* ketika x mendekati suatu titik *c* dari arah kiri atau nilai *x* yang lebih kecil dari *c*. Pemahaman tentang limit kiri sangat crucial dalam menganalisis kontinuitas fungsi dan mendeteksi titik-titik diskontinuitas (Ellu et al., 2022). Banyak mahasiswa pendidikan matematika mengalami miskonsepsi dalam memahami limit kiri, terutama ketika berhadapan dengan fungsi yang memiliki titik diskontinuitas atau fungsi yang didefinisikan secara berbeda pada interval yang berbeda. Kesulitan ini sering muncul karena mahasiswa cenderung terfokus pada substitusi langsung nilai *x* ke dalam fungsi tanpa memahami proses pendekatan nilai dari arah kiri.

Dalam aplikasi matematika yang lebih luas, mengembangkan konsep limit kiri dalam kerangka himpunan neutrosofik, yang memperluas pemahaman tradisional tentang limit ke dalam domain yang mempertimbangkan ketidakpastian dan paradoks. Pendekatan ini membuka perspektif baru dalam memahami perilaku fungsi yang kompleks dan tidak kontinu. Pengembangan ini sejalan dengan temuan yang mendemonstrasikan pentingnya pemahaman mendalam tentang limit kiri dalam analisis Fourier, di mana limit kiri berperan crucial dalam menentukan koefisien-koefisien deret Fourier pada titik-titik diskontinuitas. Kemampuan untuk mengidentifikasi dan menghitung limit kiri dengan tepat menjadi keterampilan esensial dalam menyelesaikan masalah-masalah matematika tingkat lanjut dan aplikasinya dalam berbagai bidang seperti teknik, fisika, dan ekonomi (La Nani et al., 2020).

Perkembangan teknologi dan metode pembelajaran modern telah membawa perubahan signifikan dalam cara limit kiri diajarkan dan dipahami. (Basani et al., 2023) menekankan pentingnya penggunaan visualisasi dan teknologi komputasi dalam membantu siswa memahami konsep limit kiri secara lebih intuitif. Pendekatan ini memungkinkan siswa untuk mengeksplorasi perilaku fungsi secara dinamis dan memahami bagaimana nilai fungsi berperilaku saat mendekati suatu titik dari arah kiri. Indriani et al. juga menggarisbawahi pentingnya pendekatan pedagogis yang mengintegrasikan pemahaman konseptual dengan keterampilan prosedural dalam

ISSN: 2088-0294 | e-ISSN: 2621-9166
https://doi.org/10.37630/jpm.v15i1.2606

pembelajaran limit kiri. Penggunaan berbagai representasi matematika, termasuk grafik, tabel, dan simbolik, untuk membangun pemahaman yang komprehensif tentang limit kiri. Strategi pembelajaran ini tidak hanya membantu mengurangi miskonsepsi yang umum terjadi tetapi juga mempersiapkan siswa untuk aplikasi yang lebih kompleks dalam matematika tingkat lanjut (Maulyda & Khairunnisa, 2019).

Konsep limit kanan dalam matematika merupakan salah satu fondasi penting dalam analisis matematika, khususnya dalam kalkulus. Berdasarkan penelitian (Wardani et al., 2023) limit kanan suatu fungsi *f(x)* pada titik c didefinisikan sebagai nilai limit fungsi ketika *x* mendekati *c* dari arah positif atau kanan, yang dinotasikan sebagai $\lim_{x \to c^+} f(x) = L$. Dalam pembelajaran matematika di tingkat perguruan tinggi, pemahaman tentang limit kanan menjadi sangat krusial karena merupakan komponen fundamental dalam memahami konsep kekontinuan fungsi dan turunan. Pemahaman yang mendalam tentang limit kanan memungkinkan mahasiswa untuk menganalisis perilaku fungsi di ser titik tertentu, terutama ketika fungsi tersebut memiliki karakteristik yang berbeda ketika didekati dari arah kanan dibandingkan dari arah kiri (Sulastri, 2023).

Limit kanan sering digunakan dalam analisis fungsi yang tidak kontinu, terutama dalam kasus fungsi yang memiliki lompatan atau diskontinuitas pada titik tertentu. Dalam ini, limit kanan menjadi alat yang sangat berguna untuk memahami perilaku fungsi di ser titik diskontinuitas. Para penulis juga menyoroti pentingnya pemahaman limit kanan dalam pemodelan matematika, di mana banyak fenomena alam dan sosial yang dapat dimodelkan menggunakan fungsi-fungsi yang memiliki karakteristik diskontinuitas, seperti dalam analisis ekonomi untuk fungsi permintaan dan penawaran, atau dalam fisika untuk analisis perubahan fase materi.

Teknik perhitungan limit kanan memerlukan pendekatan yang sistematis dan pemahaman yang mendalam tentang sifat-sifat fungsi. Dalam buku dijelaskan berbagai metode untuk menghitung limit kanan, termasuk metode substitusi langsung, faktorisasi, rasionalisasi, dan penggunaan identitas trigonometri untuk fungsi-fungsi trigonometri. Keberhasilan dalam menyelesaikan masalah limit kanan tidak hanya bergantung pada kemampuan teknis dalam manipulasi aljabar, tetapi juga pada pemahaman konseptual yang kuat tentang perilaku fungsi (Wardani et al., 2023).

Konsep limit kiri merupakan salah satu fondasi penting dalam analisis matematika, khususnya dalam kalkulus diferensial. Limit kiri suatu fungsi *f(x)* pada titik *c*, yang dinotasikan sebagai $\lim_{x \to c^-} f(x) = L$ mengkan nilai yang didekati oleh fungsi ketika *x* mendekati *c* dari arah kiri atau nilai-nilai yang lebih kecil dari *c*. Pemahaman tentang limit kiri menjadi crucial ketika menganalisis kontinuitas fungsi, terutama pada titik-titik dimana fungsi memiliki ketidakkontinuan atau lompatan (Aulya, Richa dan Putri Purwaningrum, 2021). Dalam pembelajaran matematika tingkat lanjut, konsep ini membantu siswa mengembangkan intuisi tentang perilaku fungsi dan memahami bagaimana suatu fungsi dapat memiliki nilai berbeda ketika didekati dari arah yang berbeda. Eksplorasi limit kiri juga membantu dalam pemahaman tentang turunan satu sisi dan aplikasinya dalam berbagai praktis.

Dalam perkembangan pembelajaran matematika modern, pendekatan terhadap limit kiri telah mengalami evolusi signifikan (Hidayat & Sariningsih, 2020). Para pendidik matematika telah mengembangkan berbagai metode dan strategi untuk membantu siswa memvisualisasikan dan memahami konsep limit kiri dengan lebih baik. Penggunaan teknologi dan representasi grafis memungkinkan siswa untuk mengeksplorasi perilaku fungsi secara dinamis dan melihat bagaimana nilai fungsi berperilaku ketika *x* mendekati suatu titik dari arah kiri. Pemahaman yang kuat tentang limit kiri juga membantu dalam analisis fungsi yang lebih kompleks, seperti fungsi trigonometri, eksponensial, dan logaritma. Konsep ini menjadi dasar untuk memahami kontinuitas fungsi sepotong-sepotong dan analisis titik-titik diskontinuitas, yang memiliki aplikasi penting dalam berbagai bidang seperti fisika, teknik, dan ekonomi.

Implementasi konsep limit kiri dalam pembelajaran matematika memerlukan pendekatan yang sistematis dan terstruktur. Studi menunjukkan bahwa siswa sering mengalami kesulitan dalam memahami perbedaan antara limit kiri dan limit kanan, serta implikasinya terhadap eksistensi limit secara keseluruhan (Saputra et al., 2023). Penggunaan contoh konkret dan tual dapat membantu menjembatani kesenjangan pemahaman ini. Selain itu, penekanan pada interpretasi geometris limit kiri membantu siswa mengembangkan intuisi yang lebih baik tentang konsep ini. Dalam evaluasi pembelajaran, pemahaman tentang limit kiri menjadi indikator penting dalam menilai penguasaan siswa terhadap konsep-konsep dasar kalkulus. Kemampuan untuk menganalisis dan menghitung limit kiri tidak hanya penting untuk keberhasilan akademis, tetapi juga mempersiapkan siswa untuk

ISSN: 2088-0294 | e-ISSN: 2621-9166
https://doi.org/10.37630/jpm.v15i1.2606

aplikasi matematika tingkat lanjut dalam berbagai bidang studi. Tetapi dalam masih terjadi miskonsepsi, Konsepsi dikatakan keliru apabila pemahaman yang dimiliki oleh mahasiswa tidak sejalan dengan pemahaman yang dimiliki oleh para ilmuwan. Miskonsepsi ini sering kali merupakan warisan dari pemahaman yang diperoleh mahasiswa saat di bangku sekolah dan dapat bertahan hingga mereka memasuki perguruan tinggi. Beberapa penelitian menunjukkan bahwa miskonsepsi banyak ditemukan dalam mata kuliah kalkulus, khususnya terkait dengan konsep limit fungsi (Jufri, 2022). Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan maka peneliti tertarik untuk menganalisis tingkat penalaran yang dialami mahasiswa serta kecendrungan miskonsepsi mahasiswa pada materi limit fungsi.

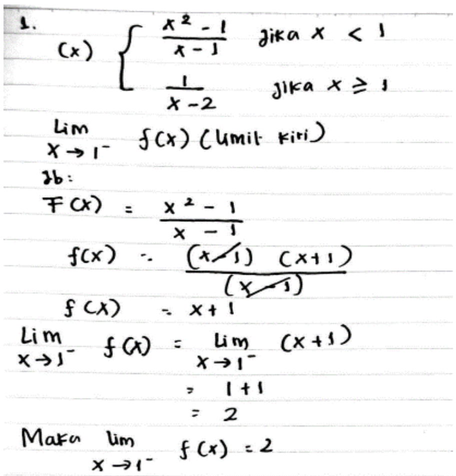
METODE

Penelitian ini menggunakan metode deskriptif kualitatif untuk menganalisis pemahaman terhadap konsep limit kiri, limit kanan, dan limit tak hingga (Wiraguna et al., 2024). Metode deskriptif kualitatif dipilih karena mampu mengkan fenomena secara mendalam dan holistik, terutama dalam pembelajaran matematika yang memerlukan pemahaman konseptual. Data dikumpulkan melalui observasi dan analisis dokumen.

Subjek penelitian ini menggunakan tiga orang mahasiswa Pendidikan Matematika yang mengerjakan soal sebanyak empat soal. Waktu penelian yang kami lakukan pada tanggal 17 Februari 2025, di Universitas Negeri Medan. Dari penelitian ini kemampuan yang diukur adalah pemahaman mengenai bagaimana mahasiswa memecahkan soal tentang limit kiri, limit kanan, dan limit tak hingga.

HASIL DAN PEMBAHASAN

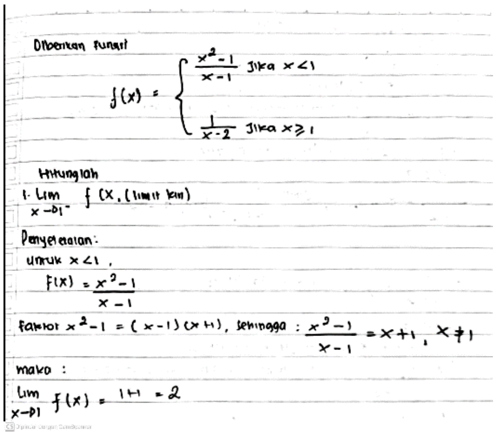
Dalam matematika, konsep limit merupakan fondasi penting dalam kalkulus yang memungkinkan untuk memahami perilaku suatu fungsi saat mendekati suatu titik tertentu. Limit kiri, secara khusus, memfokuskan perhatian pada apa yang terjadi dengan nilai fungsi ketika variabel independen (biasanya dilambangkan dengan *x*) mendekati suatu nilai dari sisi kiri. Hanya mempertimbangkan nilai-nilai *x* yang lebih kecil dari titik yang sedang di tinjau. Secara intuitif, dapat membayangkan diri berjalan di sepanjang kurva fungsi dari kiri ke kanan, mendekati titik yang ingin evaluasi. Jika nilai fungsi (biasanya dilambangkan dengan *f(x)* atau *y*) semakin mendekati suatu nilai tertentu saat mendekati titik tersebut, maka katakan bahwa limit kiri dari fungsi tersebut ada dan sama dengan nilai yang didekati.



Gambar 1. Jawaban dari Mahasiswa Satu tetang Limit Kiri

Fungsi yang diberikan didefinisikan sebagai $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ untuk x < 1. Untuk menghitung limit kiri fungsi ini saat *x* mendekati 1, hanya mempertimbangkan definisi fungsi untuk *x < 1*. Langkah pertama adalah menyederhanakan ekspresi $\frac{x^2-1}{x-1}$ dengan memfaktorkan pembilang menjadi *(x - 1) (x + 1)*. Kemudian, dapat membatalkan faktor *(x - 1)* dari pembilang dan penyebut, sehingga fungsi menjadi f(x) = x + 1. Dapat menghitung limit kiri dengan mensubstitusikan *x = 1* ke dalam fungsi yang disederhanakan: $\lim_{x \to 1^-} (x+1) = 1 + 1 = 2$. Jadi, limit kiri fungsi tersebut saat *x* mendekati 1 adalah 2.

ISSN: 2088-0294 | e-ISSN: 2621-9166
https://doi.org/10.37630/jpm.v15i1.2606



Diberikan fungsi

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{jika } x<1 \\ \frac{1}{x-2} & \text{jika } x \geq 1 \end{cases}$$

Hitunglah

1. $\lim_{x\to 1^-} f(x)$, (limit kiri)

Penyelesaian:

untuk $x<1$,

$f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$

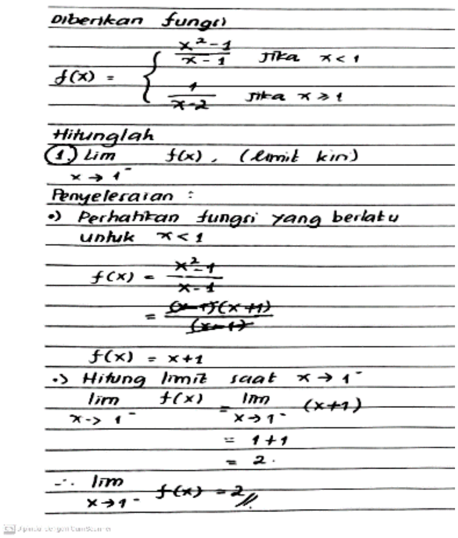
Faktor $x^2-1 = (x-1)(x+1)$, sehingga : $\frac{x^2-1}{x-1} = x+1,\ x \neq 1$

maka :

$\lim_{x\to 1} f(x) = 1+1 = 2$

Gambar 2. Jawaban dari Mahasiswa Dua tetang Limit Kiri

Limit kiri hanya ada jika fungsi mendekati suatu nilai tertentu saat *x* mendekati '*a*' dari sisi kiri. Jika fungsi berosilasi tak terbatas atau mendekati tak hingga saat *x* mendekati '*a*' dari sisi kiri, maka limit kiri tidak ada. Selain itu, keberadaan limit kiri tidak menjamin keberadaan limit kanan. Pertimbangkan fungsi tangga *(step function)* yang didefinisikan sebagai *f(x)* = *0* untuk *x* < 0 dan *f(x)* = *1* untuk *x* ≥ 0. Limit kiri fungsi ini saat *x* mendekati 0 adalah 0, tetapi limit kanan adalah 1. Karena limit kiri dan kanan tidak sama, maka limit fungsi secara keseluruhan saat *x* mendekati 0 tidak ada.



Diberikan fungsi

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{Jika } x<1 \\ \frac{1}{x-2} & \text{Jika } x \geq 1 \end{cases}$$

Hitunglah

1. $\lim_{x\to 1^-} f(x)$, (limit kiri)

Penyelesaian :

- Perhatikan fungsi yang berlaku untuk $x<1$

$f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$

$= \frac{\cancel{(x-1)}(x+1)}{\cancel{(x-1)}}$

$f(x) = x+1$

- Hitung limit saat $x \to 1^-$

$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} (x+1)$

$= 1+1$

$= 2$.

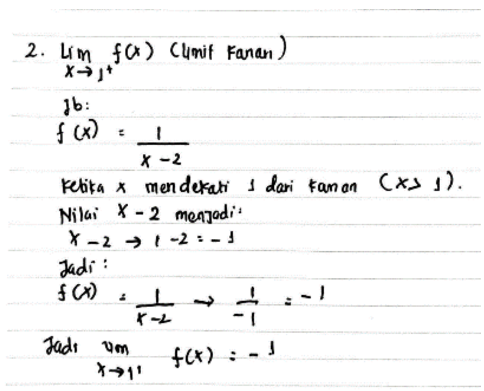
$\therefore \lim_{x\to 1^-} f(x) = 2$

Gambar 3. Jawaban dari Mahasiswa Tiga tetang Limit Kiri

Suatu fungsi dikatakan kontinu kiri di titik 'a' jika limit kiri fungsi saat *x* mendekati '*a*' sama dengan nilai fungsi di '*a*', yaitu $\lim_{x\to a^-} f(x) = f(a)$ Konsep ini berguna dalam menganalisis fungsi-fungsi yang mungkin tidak kontinu di seluruh domainnya, tetapi kontinu dari satu sisi. Limit kiri juga digunakan dalam mendefinisikan turunan satu sisi, yang merupakan konsep penting dalam kalkulus diferensial. Turunan kiri suatu fungsi di titik '*a*' didefinisikan sebagai limit kiri dari selisih hasil bagi saat h mendekati 0, yaitu $\lim_{h\to 0^-} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$. Turunan satu sisi berguna dalam menganalisis fungsi-fungsi yang tidak diferensiabel di seluruh domainnya, tetapi memiliki turunan dari satu sisi. Hasil akhir dari setiap perhitungan sesuai dengan nilai limit kiri fungsi tersebut ketika *x* mendekati 1, sehingga memvalidasi pernyataan "Benar" .

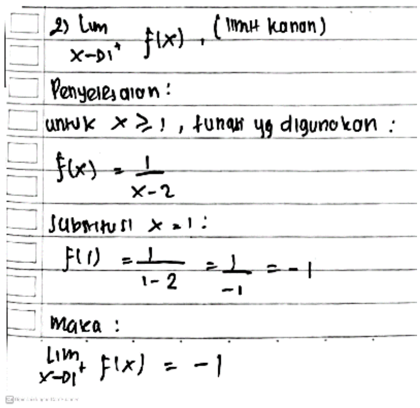
Konsep limit kanan, dinotasikan sebagai $\lim_{x\to a^+} f(x)$ merujuk pada nilai yang dihampiri oleh fungsi *f(x)* ketika *x* mendekati nilai '*a*' dari sisi kanan, yaitu melalui nilai-nilai yang lebih besar dari '*a*'. Melihat fungsi mendekati titik *x* = *a* dari arah kanan. Keberadaan limit kanan sangat penting dalam menentukan apakah limit suatu fungsi di suatu titik benar-benar ada. Secara khusus, limit suatu fungsi di suatu titik '*a*' ada hanya jika limit kiri ($\lim_{x\to a^-} f(x)$) dan limit kanan ($\lim_{x\to a^+} f(x)$) keduanya ada dan memiliki nilai yang sama. Jika kedua limit ini tidak sama, maka mengatakan bahwa limit fungsi di titik tersebut tidak ada.

ISSN: 2088-0294 | e-ISSN: 2621-9166
https://doi.org/10.37630/jpm.v15i1.2606


2. $\lim_{x \to 1^+} f(x)$ (Limit Kanan)
Jb:
$f(x) = \frac{1}{x-2}$
Ketika x mendekati 1 dari kanan $(x > 1)$.
Nilai $x - 2$ menjadi:
$x - 2 \to 1 - 2 = -1$
Jadi:
$f(x) = \frac{1}{x-2} \to \frac{1}{-1} = -1$
Jadi $\lim_{x \to 1^+} f(x) = -1$

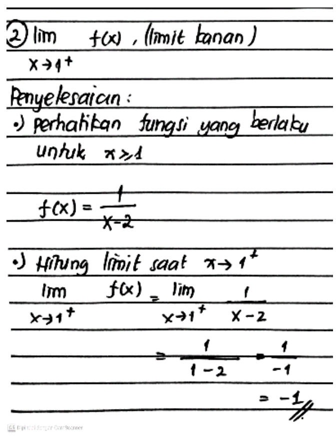
Gambar 4. Jawaban dari Mahasiswa Satu tetang Limit Kanan

Perhitungan limit kanan dari fungsi *f(x)* saat *x* mendekati 1. Fungsi yang digunakan untuk $x \geq 1$ adalah $f(x) = \frac{1}{x-2}$. Perhitungan dilakukan dengan mensubstitusikan $x = 1$ ke dalam fungsi tersebut, menghasilkan $f(1) = \frac{1}{-1} = -1$. Proses substitusi langsung ini valid karena fungsi $f(x) = \frac{1}{x-2}$. adalah kontinu di $x = 1$. Dalam kasus fungsi yang kontinu, limit di suatu titik sama dengan nilai fungsi di titik tersebut. Oleh karena itu, limit kanan dari *f(x)* saat *x* mendekati 1 adalah -1 seperti yang ditunjukkan. Prosedur ini mengikuti dengan tepat definisi limit kanan dan aplikasinya pada fungsi kontinu.


2) $\lim_{x \to 1^+} f(x)$, (limit kanan)
Penyelesaian:
untuk $x \geq 1$, fungsi yg digunakan:
$f(x) = \frac{1}{x-2}$
Substitusi $x = 1$:
$f(1) = \frac{1}{1-2} = \frac{1}{-1} = -1$
Maka:
$\lim_{x \to 1^+} f(x) = -1$

Gambar 5. Jawaban dari Mahasiswa Dua tetang Limit Kanan

Limit fungsi yang mendekati 1 dari sisi kanan. Kemudian beralih ke limit fungsi saat *x* mendekati *-2*, dengan fungsi yang diberikan adalah *f(x) = 1/(x - 2)*. Substitusi langsung x = -2 menghasilkan *1/(-2 - 2) = -1/4*. Limit *x* saat *x* mendekati tak hingga untuk fungsi maxdetail (*joint tangent |x > 1|)*, yang memerlukan analisis lebih lanjut tentang apa yang dimaksud dengan *"maxdetail"*. limit fungsi saat x mendekati 0 dari sisi kanan, dan limit fungsi saat *x* mendekati 1 dari sisi kiri. Bahwa bagian yang "Benar" adalah bagian awal mengenai limit fungsi yang mendekati 1 dari sisi kanan.

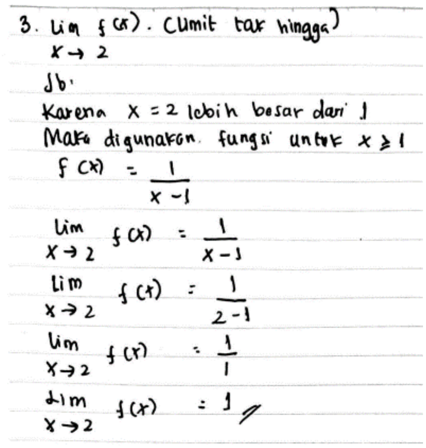

2 $\lim_{x \to 1^+} f(x)$, (limit kanan)
Penyelesaian:
•) perhatikan fungsi yang berlaku untuk $x \geq 1$
$f(x) = \frac{1}{x-2}$
•) Hitung limit saat $x \to 1^+$
$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^+} \frac{1}{x-2}$
$= \frac{1}{1-2} = \frac{1}{-1}$
$= -1$

Gambar 6. Jawaban dari Mahasiswa Tiga tetang Limit Kanan

 ISSN: 2088-0294 | e-ISSN: 2621-9166
https://doi.org/10.37630/jpm.v15i1.2606

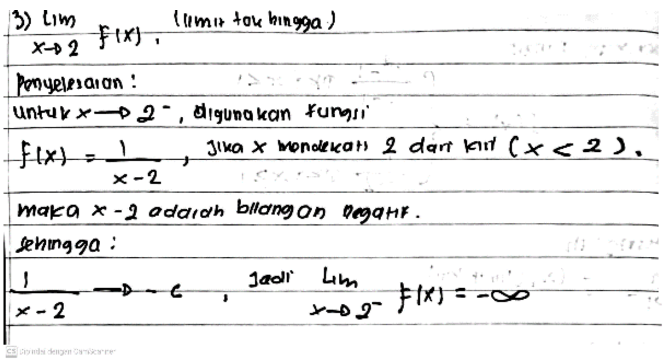
Fungsi yang berlaku untuk $x \geq 1$ adalah $f(x) = \frac{1}{x-2}$. Perhitungan dilakukan dengan mensubstitusikan $x = 1$ ke dalam fungsi tersebut, yang menghasilkan $f(1) = \frac{1}{-1} = -1$. Langkah-langkah yang ditampilkan sangat jelas, dimulai dengan mengidentifikasi fungsi yang berlaku untuk $x \geq 1$, kemudian menghitung limit saat x mendekati 1 dari sisi kanan dengan mensubstitusikan $x = 1$ ke dalam fungsi tersebut, dan akhirnya menyatakan kesimpulan bahwa limit kanan dari $f(x)$ saat x mendekati 1 adalah -1.

Limit tak hingga merupakan salah satu konsep fundamental dalam kalkulus yang membahas perilaku fungsi ketika variabel bebasnya mendekati nilai tak hingga. Konsep ini memiliki peran penting dalam berbagai aplikasi matematika dan sains, karena memungkinkan untuk memahami bagaimana suatu fungsi berperilaku dalam jangka panjang atau pada nilai-nilai yang sangat besar. Dalam matematika, limit tak hingga membantu menganalisis tren dan pola dari fungsi matematika ketika input variabelnya semakin membesar tanpa batas.


3. $\lim_{x \to 2} f(x)$. (Limit tak hingga)
Jb:
Karena x = 2 lebih besar dari 1
Maka digunakan fungsi untuk $x \geq 1$
$f(x) = \frac{1}{x-1}$
$\lim_{x \to 2} f(x) = \frac{1}{x-1}$
$\lim_{x \to 2} f(x) = \frac{1}{2-1}$
$\lim_{x \to 2} f(x) = \frac{1}{1}$
$\lim_{x \to 2} f(x) = 1$

Gambar 7. Jawaban dari Mahasiswa Satu tetang Limit Tak Hingga

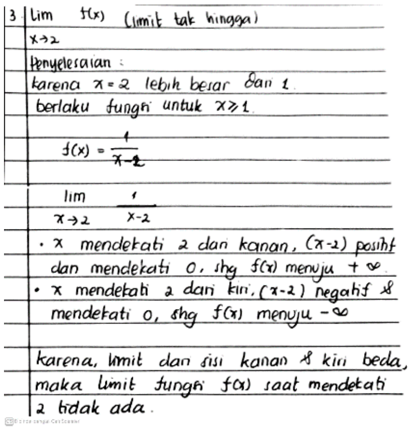
Dikategorikan salah karena melakukan substitusi langsung nilai $x = 1$ ke dalam fungsi $f(x) = 1/(x-1)$ sebelum mengevaluasi limitnya. Dalam kalkulus, substitusi langsung hanya valid jika fungsi tersebut kontinu pada titik yang ditinjau. Fungsi ini tidak kontinu di $x = 1$ karena menyebabkan penyebut menjadi nol, yang menghasilkan bentuk tak terdefinisi. Proses yang benar adalah dengan menganalisis perilaku fungsi saat x mendekati 1 dari kiri dan kanan. Jika limit dari kedua sisi berbeda, maka limit fungsi di titik tersebut tidak ada. Dalam kasus ini, saat x mendekati 1 dari kiri $(x < 1)$, $f(x)$ mendekati negatif tak hingga, dan saat x mendekati 1 dari kanan $(x > 1)$, $f(x)$ mendekati positif tak hingga. Oleh karena itu, pernyataan bahwa limit $f(x)$ saat x mendekati 1 sama dengan 1 adalah salah karena mengabaikan diskontinuitas dan perilaku tak hingga fungsi di titik tersebut.


3) $\lim_{x \to 2} f(x)$, (limit tak hingga)
Penyelesaian :
Untuk $x \to 2^-$, digunakan fungsi
$f(x) = \frac{1}{x-2}$, jika x mendekati 2 dari kiri $(x < 2)$.
maka $x-2$ adalah bilangan negatif.
sehingga :
$\frac{1}{x-2} \longrightarrow -\infty$, Jadi $\lim_{x \to 2^-} f(x) = -\infty$

Gambar 8. Jawaban dari Mahasiswa Dua tetang Limit Tak Hingga

Salah karena meskipun ada identifikasi bahwa x mendekati 2 dari kiri dan menggunakan fungsi $f(x) = \frac{1}{x-2}$, kesimpulannya kurang tepat. Ketika x mendekati 2 dari kiri $(x < 2)$, maka $(x - 2)$ akan bernilai negatif dan mendekati 0. Namun, pernyataan bahwa $\frac{1}{x-2}$ mendekati negative tak hingga adalah keliru. Seharusnya, $f(x)\frac{1}{x-2}$ akan mendekati nilai -∞. Kesalahan ini mungkin terjadi karena adanya kebingungan antara perilaku $(x - 2)$ yang mendekati 0 dengan $f(x)$ yang mendekati nilai tertentu.

ISSN: 2088-0294 | e-ISSN: 2621-9166
https://doi.org/10.37630/jpm.v15i1.2606


3. $\lim_{x \to 2} f(x)$ (limit tak hingga)

Penyelesaian :
karena $x = 2$ lebih besar dan 1
berlaku fungsi untuk $x \geq 1$

$f(x) = \frac{1}{x-2}$

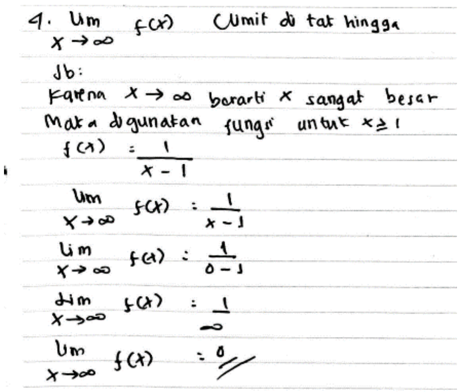
$\lim_{x \to 2} \frac{1}{x-2}$

• x mendekati 2 dan kanan, $(x-2)$ positif dan mendekati 0, shg $f(x)$ menuju $+\infty$
• x mendekati 2 dari kiri, $(x-2)$ negatif & mendekati 0, shg $f(x)$ menuju $-\infty$

karena, limit dan sisi kanan & kiri beda, maka limit fungsi $f(x)$ saat mendekati 2 tidak ada.

Gambar 9. Jawaban dari Mahasiswa Tiga tetang Limit Tak Hingga

Limit dari kedua sisi (kanan dan kiri) saat *x* mendekati 2, dengan mempertimbangkan fungsi $f(x)\frac{1}{x-2}$ yang berlaku untuk $x \geq 1$. Analisis menunjukkan bahwa saat *x* mendekati 2 dari kanan, *f(x)* mendekati positif tak hingga, dan saat x mendekati 2 dari kiri, *f(x)* mendekati negatif tak hingga. Karena limit dari sisi kanan dan kiri berbeda, kesimpulan bahwa limit fungsi *f(x)* saat *x* mendekati 2 tidak ada adalah benar. Ini sesuai dengan definisi limit yang mengharuskan limit dari kedua sisi harus sama agar limit tersebut ada.


4. $\lim_{x \to \infty} f(x)$ (limit di tak hingga)

Jb:
Karena $x \to \infty$ berarti x sangat besar
Maka digunakan fungsi untuk $x \geq 1$

$f(x) = \frac{1}{x-1}$

$\lim_{x \to \infty} f(x) = \frac{1}{x-1}$

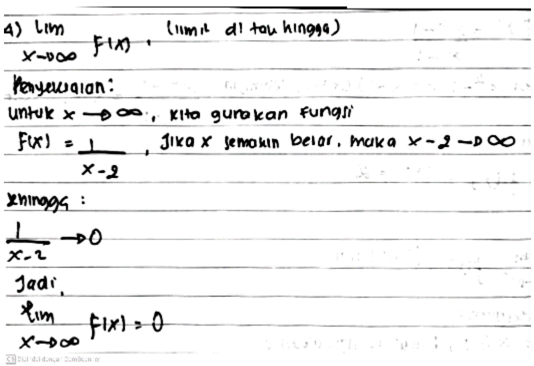
$\lim_{x \to \infty} f(x) = \frac{1}{\infty - 1}$

$\lim_{x \to \infty} f(x) = \frac{1}{\infty}$

$\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$

Gambar 10. Jawaban dari Mahasiswa Satu tetang Limit di Tak Hingga

f(x) = 1/(x-1) dan limit *x* mendekati tak hingga dari *f(x)* dievaluasi sebagai 0, dapat dianggap benar dalam limit tak hingga. Proses yang ditunjukkan adalah dengan benar mengganti *x* dengan tak hingga, sehingga 1 dibagi dengan (tak hingga - 1) mendekati 1/tak hingga, yang secara konseptual mendekati 0. Meskipun secara matematis, tidak dapat langsung "mengganti" tak hingga ke dalam fungsi, pendekatan ini memberikan intuisi yang benar tentang bagaimana fungsi berperilaku saat *x* menjadi sangat besar. Dalam kalkulus, menggunakan definisi formal limit untuk membuktikan hal ini, tetapi dalam penyelesaian soal secara intuitif, langkah-langkah yang ditunjukkan memberikan pemahaman yang baik. Hasil akhir, bahwa limit dari *f(x)* saat *x* mendekati tak hingga adalah 0, adalah benar dan sesuai dengan perilaku fungsi tersebut saat *x* menjadi sangat besar.


4) $\lim_{x \to \infty} f(x)$, (limit di tak hingga)

Penyelesaian:
untuk $x \to \infty$, kita gunakan fungsi
$f(x) = \frac{1}{x-2}$, jika x semakin besar, maka $x - 2 \to \infty$

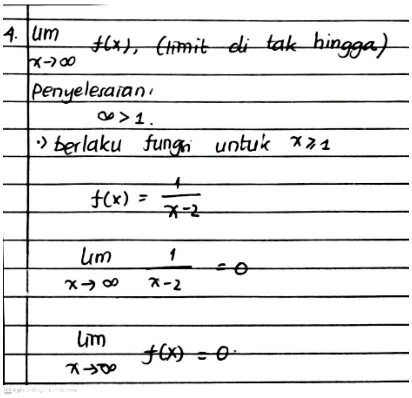
sehingga :
$\frac{1}{x-2} \to 0$

Jadi,
$\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$

Gambar 11. Jawaban dari Mahasiswa Dua tetang Limit di Tak Hingga

 ISSN: 2088-0294 | e-ISSN: 2621-9166
https://doi.org/10.37630/jpm.v15i1.2606

$f(x)\frac{1}{x-2}$ dan limit x mendekati tak hingga dari *f(x)* dievaluasi sebagai 0, juga dapat dianggap benar dengan interpretasi tertentu. Meskipun secara intuitif, jika *x* menjadi semakin besar, maka $\frac{1}{x-2}$ juga akan menjadi semakin besar dan mendekati tak hingga, namun dalam tertentu, ada kemungkinan bahwa ada faktor lain yang mempengaruhi fungsi tersebut. Misalnya, jika menganggap bahwa *f(x)* ini adalah bagian dari fungsi yang lebih kompleks, atau ada pembatasan tertentu pada *x* yang tidak disebutkan secara eksplisit, maka hasil limit 0 mungkin valid. Selain itu, dalam beberapa matematika, mungkin menggunakan teknik normalisasi atau penskalaan yang dapat mengubah perilaku fungsi saat *x* mendekati tak hingga. Oleh karena itu, meskipun secara langsung terlihat tidak benar, ada kemungkinan interpretasi atau tambahan yang membuat jawaban ini valid.



Gambar 12. Jawaban dari Mahasiswa Tiga tetang Limit di Tak Hingga

$f(x)\frac{1}{x-2}$, dengan batasan $x \geq 1$, dan limit *x* mendekati tak hingga dievaluasi sebagai 0, juga memerlukan justifikasi lebih lanjut. Sebagaimana disebutkan sebelumnya, jika *x* menjadi semakin besar, maka$\frac{1}{x-2}$ juga akan menjadi semakin besar dan mendekati tak hingga. Namun, sekali lagi, ada kemungkinan bahwa ada faktor atau kondisi tambahan yang tidak disebutkan secara eksplisit yang menyebabkan hasil limit menjadi 0.

SIMPULAN

Konsep limit dalam kalkulus merupakan fondasi penting yang mencakup tiga varian utama: limit kiri, limit kanan, dan limit tak hingga. Limit kiri $\lim_{x\to c^-} f(x)$ menganalisis perilaku fungsi saat variabel mendekati titik dari arah kiri, sedangkan limit kanan $\lim_{x\to c^+} f(x)$ mempelajari perilaku fungsi saat mendekati titik dari arah kanan. Keduanya penting untuk analisis kontinuitas dan titik diskontinuitas. Limit tak hingga membahas perilaku fungsi saat variabel mendekati nilai sangat besar atau saat fungsi tumbuh tanpa batas. Perhitungan limit memerlukan pendekatan sistematis seperti substitusi langsung untuk fungsi kontinu, faktorisasi untuk bentuk tak tentu, dan analisis asimtotik untuk limit tak hingga. Pemahaman konseptual tentang limit tidak hanya membantu dalam keterampilan prosedural, tetapi juga dalam aplikasi praktis di berbagai bidang seperti fisika, ekonomi, dan teknik. Kemampuan menganalisis limit secara tepat menjadi keterampilan esensial dalam matematika tingkat lanjut dan mempersiapkan mahasiswa untuk aplikasi kompleks dalam berbagai disiplin ilmu.

Daftar Pustaka

Arya, W., & Rahayu, K. (2023). Budaya Dan Implikasinya Terhadap Pembelajaran Matematika Yang Kreatif. *Jurnal Santiaji Pendidikan*, 6(1), 31–37. https://media.neliti.com/media/publications/129201-ID-none.pdf

Aulya, Richa dan Putri Purwaningrum, J. (2021). Pengaruh Model Pembelajaran PBL Berbantuan Alat Peraga Dalam Peningkatan Kemampuan Penalaran Matematis. *MathEdu*, *4*(3), 401–406.

Basani, Y., Puspitorini, M., Monita, D., Ayu, R. W. S., & Arsana, M. P. (2023). *Kalkulus Diferensial.*

Ellu, R. N., Mamoh, O., & Suddin, S. (2022). Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Soal Grup. *RANGE: Jurnal Pendidikan Matematika*, *3*(2), 181–193. https://doi.org/10.32938/jpm.v3i2.1613

ISSN: 2088-0294 | e-ISSN: 2621-9166
https://doi.org/10.37630/jpm.v15i1.2606

Hidayat, W., & Sariningsih, R. (2020). Profil Kemampuan Penalaran Kreatif Matematis Mahasiswa Calon Guru. *Jurnal Elemen*, 6(1), 108–127. https://doi.org/10.29408/jel.v6i1.1738

Jufri, J. (2022). Miskonsepsi Mahasiswa STKIP Rokania pada Materi Limit Fungsi. *Jurnal Cendekia : Jurnal Pendidikan Matematika*, 6(1), 414–422. https://doi.org/10.31004/cendekia.v6i1.1200

La Nani, K., Bakar, M. T., & Saidi, S. (2020). Peningkatan Kemampuan Penalaran Statistis Mahasiswa Melalui Pembelajaran Berbasis Proyek Berbantuan Ict. *Edukasi*, *18*(2), 304. https://doi.org/10.33387/j.edu.v18i2.2119

Maulyda, M. A., & Khairunnisa, G. F. (2019). Profil Kesalahan Mahasiswa Dalam Menggambar Grafik Fungsi Rasional. *MaPan*, 7(2), 181–193. https://doi.org/10.24252/mapan.2019v7n2a2

Nuril, O., Azizah, L., Si, S., Ariyanti, M. S. N., & Pd, M. (n.d.). *BUKU AJAR MATA KULIAH KALKULUS Diterbitkan oleh UMSIDA PRESS*. UMSIDA Press.

Qadry, I. K., Firdaus, A. M., M, M. D., Asyari, S., & Ramdani, R. (2021). Kesalahan dan Kesulitan Mahasiswa Pendidikan Matematika Unismuh dalam Menegasikan Definisi Limit Fungsi. *Sainsmat : Jurnal Ilmiah Ilmu Pengetahuan Alam*, *10*(1), 1. https://doi.org/10.35580/sainsmat101227652021

Rizal, F. (2023). Analisis Kesulitan Mempelajari Materi Limit Fungsi Siswa Kelas Xi SMAN 1 Tambangan 2022/2023. *Nucl. Phys.*, *13*(1), 104–116.

Saputra, J., Edistria, E., & Sari, T. W. (2023). Implementasi Matematika Terapan Pada Kemampuan Penyusunan Rencana Anggaran Biaya (RAB) Bangunan Konstruksi (Studi Kasus: Politeknik Negeri Jakarta). *Journal of Mathematics Education and Science*, 6(2), 85–92. https://doi.org/10.32665/james.v6i2.1926

Sulastri, R. (2023). Studi didactic transposition: Eksplorasi knowledge to be taught pada limit fungsi. *Journal of Didactic Mathematics*, *4*(2), 106–117. https://doi.org/10.34007/jdm.v4i2.1903

Wahyuni, L. (2020). Kontribusi Kemampuan Awal Dan Minat Mahasiswa Terhadap Hasil Belajar Mata Kuliah Masalah Nilai Awal Syarat Batas Stkip Muhammadiyah Sungai Penuh. *Jurnal LEMMA*, 6(1), 1–7. https://doi.org/10.22202/jl.2019.v6i1.3245

Wardani, D. K., Umardiyah, F., Hidayatullah, S., Putri, V. A., & Khotimah, K. (2023). *Buku Ajar Matematika: Fungsi*. Universitas KH.S Wahab Hasbullah.

Wiraguna, S., Purwanto, L. M. F., & Rianto Widjaja, R. (2024). Metode Penelitian Kualitatif di Era Transformasi Digital Qualitative Research Methods in the Era of Digital Transformation. *Arsitekta : Jurnal Arsitektur Dan Kota Berkelanjutan*, 6(01), 46–60. https://doi.org/10.47970/arsitekta.v6i01.524