



## Analisis Kesalahan Mahasiswa Berdasarkan Tahapan Kastolan Materi Luas Daerah Bidang Datar

Sumargiyani<sup>1)\*</sup>, Muhammad Asrori Ainurrahman<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>Universitas Ahmad Dahlan

<sup>2)</sup>Universitas Negeri Yogyakarta

\*Corresponding Author: [sumargiyani@pmat.uad.ac.id](mailto:sumargiyani@pmat.uad.ac.id)

### ABSTRAK

Mahasiswa pendidikan matematika masih kesulitan menghitung luas daerah bidang datar pada mata kuliah kalkulus integral. Tujuan penelitian ini untuk menganalisis kesalahan-kesalahan mahasiswa dalam menghitung luas daerah bidang datar pada mata kuliah kalkulus integral. Penelitian ini termasuk penelitian deskriptif kualitatif dengan subjek penelitian mahasiswa sebanyak 3 orang dari program studi pendidikan matematika Universitas Ahmad Dahlan dari sebanyak 13 orang mahasiswa kelas B. Instrumen pengumpulan data berupa dokumen hasil pekerjaan Ujian Akhir Semester tahun 2023/2024 sebanyak satu soal mengenai luas daerah bidang datar dan pedoman wawancara, untuk memperoleh hasil faktor-faktor penyebab mahasiswa mengalami kesalahan dalam mengerjakan soal. Data dianalisis berdasarkan prosedur kesalahan Kastolan, dengan menganalisis kesalahan konseptual, kesalahan prosedural, dan kesalahan teknis. Hasil penelitian menunjukkan jenis kesalahan terbesar terletak pada kesalahan konseptual sebesar 84,62%, kesalahan prosedural 53,8%, dan kesalahan teknis sebesar 69,23%. Penyebab mahasiswa melakukan kesalahan adalah tidak memahami konsep dengan baik, tidak dapat menggambar grafik fungsi, tidak dapat menggambar daerah yang akan dihitung luas daerahnya, tidak dapat mengintegrasikan, dan tidak dapat menggunakan rumus dengan benar.

**Kata Kunci:** Analisis; Kalkulus Integral; Luas Daerah Bidang Datar; Tahapan Kastolan

Received: 5 Sep 2024; Revised: 25 Sep 2024; Accepted: 27 Sep 2024; Available Online: 30 Sep 2024

This is an open access article under the CC-BY license.



### PENDAHULUAN

Matematika merupakan salah satu cabang ilmu pengetahuan yang mempelajari tentang angka, struktur, ruang, dan perubahan (Miftahul Jannah & Miftahul Hayati, 2024; Yulianto, 2024). Melalui penggunaan simbol dan aturan logika, matematika memungkinkan untuk dikembangkan model abstrak dari fenomena alam dan sosial. Matematika mencakup berbagai cabang, diantaranya analisis, aljabar, statistik dan geometri (Payapo et al., 2024; Rahayu et al., 2021). Matematika juga berperan sebagai alat dasar dalam berbagai kehidupan masyarakat (Nurulaeni & Rahma, 2022), seperti bidang ilmu pengetahuan dan teknik (Trisnani, 2022), pemecahan masalah (Ginanjar, 2019), dan pengembangan teori yang lebih kompleks. Matematika mengajarkan untuk berpikir kritis dan berpikir kreatif (Solfitri & Siregar, 2021), dalam memecahkan masalah dengan cara yang logis (Siswanto & Ratiningsih, 2020).

Kalkulus merupakan bagian dari analisis yang terdapat dalam matematika. Cabang utama kalkulus adalah kalkulus diferensial dan kalkulus integral (Utari & Utami, 2019). Kalkulus integral yang fokus pada konsep integrasi, yang merupakan proses matematis untuk menghitung akumulasi total dari suatu fungsi. Salah satu penerapan dari kalkulus integral adalah dalam menghitung luas daerah bidang datar yang dibatasi oleh kurva-kurva tertentu. Dengan menggunakan integral tertentu dapat ditentukan luas dari suatu daerah dengan mengintegrasikan fungsi yang merepresentasikan batas-batas daerah tersebut.

Salah satu kesalahan yang umum dilakukan mahasiswa dalam menyelesaikan soal matematika, seperti dalam mengerjakan soal kalkulus adalah kurangnya pemahaman konsep dasar dan kurangnya keterampilan proses (Putri & Roesdiana, 2023). Mahasiswa sering terburu-buru untuk mencapai jawaban akhir tanpa memahami terlebih dahulu langkah-langkah dan prinsip yang mendasari setiap tahap penyelesaian. Selain itu,

kesalahan dalam penggunaan notasi atau simbol matematika (Sudarsana et al., 2023), dan kurangnya ketelitian dalam perhitungan (Laia, 2023) menyebabkan jawaban yang diberikan menjadi salah.

Di Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Ahmad Dahlan mata kuliah Kalkulus Integral diajarkan di semester 2 dengan bobot 3 SKS yang memberikan landasan penting bagi mahasiswa untuk memahami konsep integrasi dan aplikasinya. Untuk dapat mengambil mata kuliah kalkulus integral, syarat yang wajib dilakukan mahasiswa telah menyelesaikan mata kuliah Kalkulus Diferensial di semester sebelumnya. Kalkulus diferensial membekali mahasiswa dengan pengetahuan tentang diferensiasi dan fungsi-fungsi dasar. Sedangkan untuk Kalkulus Integral, mahasiswa akan mempelajari teknik-teknik integrasi, teorema dasar kalkulus, serta penerapannya dalam menghitung luas daerah bidang datar dan volume benda putar.

Berdasarkan pengalaman peneliti selama mengajar Kalkulus Integral, kesalahan yang sering terjadi pada mahasiswa dalam mengerjakan soal luas daerah bidang datar adalah ketidakmampuan dalam menentukan batas-batas integrasi dengan benar, keliru dalam mengidentifikasi kurva yang membatasi daerah tersebut, serta tidak teliti dalam menentukan batas atas dan batas bawah. Selain itu, kurangnya pemahaman konsep dasar integral dan kesalahan dalam melakukan perhitungan integrasi, seperti salah mengalikan konstanta atau salah menyederhanakan fungsi, juga menjadi faktor penyebab jawaban mahasiswa salah. Kesalahan juga terjadi ketika menggambarkan grafik kurva dan menginterpretasikan luas daerah yang diinginkan.

Kesalahan mahasiswa dalam mengerjakan soal luas daerah bidang datar dapat dianalisis dengan menggunakan model Kastolan, analisis Newman, atau model Polya. Tahapan Kastolan merupakan sebuah metode sistematis untuk mengecek kembali langkah-langkah pengerjaan mahasiswa. Metode ini dimulai dari pengecekan identifikasi penggambaran kurve yang membatasi daerah, penggambaran daerah bidang datar, penentuan batas-batas integrasi, hingga perhitungan integral itu sendiri. Dengan mengikuti tahapan Kastolan, dapat diketahui kesalahan pekerjaan mahasiswa seperti salah menentukan batas atas dan bawah, keliru dalam pengaturan urutan integral, atau kesalahan perhitungan dalam proses integrasi.

Kesalahan dalam model Kastolan terdiri dari tiga jenis, yaitu kesalahan konseptual, kesalahan prosedural dan kesalahan teknikal (Manurung et al., 2024; Sonia et al., 2023; Susilawati et al., 2022). Kesalahan konseptual merupakan kesalahan yang terjadi karena pemahaman yang salah atau tidak memadai tentang fakta, prinsip atau konsep (Najwa, 2021), kesalahan prosedural adalah kesalahan yang terjadi akibat ketidakpatuhan atau kesalahan dalam mengikuti langkah-langkah atau prosedur yang benar, langkah tidak berurutan dalam menyelesaikan suatu masalah, tidak menyelesaikan soal sampai tahap akhir atau bentuk paling sederhana dalam memproses jawaban (Firdaus et al., 2021); sedangkan kesalahan teknikal adalah kesalahan dalam menghitung, menuliskan simbol matematika, koefisien, konstanta (Firdaus et al., 2021). Kesalahan konseptual pada penyelesaian soal luas daerah bidang datar terjadi ketika mahasiswa salah memahami prinsip dasar integral atau hubungan antara kurva yang membatasi daerah yang dihitung. Kesalahan prosedural terjadi akibat ketidakpatuhan terhadap urutan langkah-langkah yang benar dalam proses integrasi, seperti kesalahan dalam menetapkan batas-batas integrasi atau melewatkan langkah penting. Kesalahan teknikal terjadi karena kesalahan dalam perhitungan aritmetika, penggunaan notasi yang tidak konsisten, atau penyederhanaan yang salah dari hasil integral.

Beberapa penelitian sebelumnya yang menerapkan tahapan Kastolan untuk menganalisa kesalahan, diantaranya dilakukan oleh (Soesanto, 2021) untuk menganalisis kesalahan pekerjaan mahasiswa pada mata kuliah aljabar linear dengan hasil kesalahan terbesar pada kesalahan konseptual sebesar 50%, (Hajerina et al., 2022) menganalisis kesalahan dalam menyelesaikan soal turunan fungsi dua variabel yang hasilnya kesalahan terbesar pada mahasiswa kategori sedang dan rendah, dan (Vhantoria, 2022) menganalisis kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal ketaksamaan yang melibatkan nilai mutlak dengan hasil kesalahan konseptual berupa tidak menggunakan dalil, rumus maupun hukum dalam menyelesaikan, kesalahan menerapkan rumus dan penggunaan simbol dan dalam menarik kesimpulan dan kesalahan teknik berupa kesalahan hitung.

Apabila mahasiswa melakukan kesalahan-kesalahan dalam menghitung luas bidang datar dapat berdampak signifikan terhadap pemahaman konsep matematika dasarnya. Selain itu dapat berakibat pada terhambatnya kemampuan mahasiswa untuk menerapkan konsep menghitung luas bidang datar pada situasi yang lebih kompleks, seperti dalam fisika, teknik, atau ekonomi yang memerlukan integrasi luas bidang datar. Selain itu, kesalahan ini juga dapat mempengaruhi pemahaman materi yang lebih lanjut, karena konsep luas bidang datar dijadikan dasar pada materi lain seperti volume benda putar atau persamaan diferensial. Jika

dibiarkan, kesalahan ini bisa menjadi kebiasaan yang sulit dihilangkan, sehingga penting bagi dosen atau pengajar untuk segera mengidentifikasi dan memperbaiki kesalahan tersebut.

Berdasarkan pengalaman mengajar kalkulus integral dengan masih banyaknya kesalahan-kesalahan mahasiswa dalam mengerjakan soal kalkulus integral terutama pada materi luas daerah bidang datar dan adanya beberapa penelitian sebelumnya yang menerapkan tahapan Kastolan untuk menganalisis jenis kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal matematika, maka peneliti melakukan penelitian ini dengan tujuan penelitian yaitu (1) menganalisis kesalahan mahasiswa pada soal penerapan integral pada materi luas daerah bidang datar berdasarkan tahapan Kastolan dan (2) mengetahui faktor-faktor penyebab kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal penerapan integral pada materi luas daerah bidang datar. Harapannya dengan mengetahui letak kesalahan yang dilakukan mahasiswa, nantinya kesalahan yang sama tidak terulang lagi di perkuliahan kalkulus integral berikutnya.

## METODE

Penelitian yang dilakukan menggunakan pendekatan kualitatif deskriptif. Tujuan dari penelitian ini yaitu menganalisis kesalahan-kesalahan yang dilakukan mahasiswa dalam menyelesaikan soal Kalkulus Integral pada materi penerapan integral untuk menghitung luas daerah bidang datar. Tahapan yang dilakukan dalam penelitian dengan melakukan modifikasi dari penelitian yang dilakukan oleh (Lutfia & Zanthi, 2019) yang didalam langkahnya terdapat wawancara dan dokumentasi; (Hakim et al., 2021) yang membagi subyek penelitian dalam tiga kategori (tinggi, sedang, dan rendah) dan masing-masing diambil satu hasil pekerjaannya untuk dianalisis; (Najwa, 2021) yang didalam langkahnya terdapat menganalisis hasil jawaban peserta, wawancara, dokumentasi, dan melakukan reduksi data, penyajian data dan penarikan kesimpulan. Oleh karena itu dalam penelitian ini dilakukan dengan langkah : (1) Mengumpulkan dokumen hasil pekerjaan ujian akhir semester mahasiswa pada mata kuliah Kalkulus Integral tahun 2023/2024, (2) Mengoreksi hasil pekerjaan mahasiswa berdasarkan tahapan Kastolan, (3) Melompokkan mahasiswa berdasarkan kategori tinggi, sedang dan rendah, (4) mengambil satu mahasiswa dari masing-masing kategori untuk dijadikan subyek penelitian, (5) menganalisis kesalahan pekerjaan mahasiswa berdasarkan tahapan Kastolan, (6) mewawancarai ketiga mahasiswa, dan (7) menarik kesimpulan.

Penelitian dilakukan pada semester genap tahun akademik 2023/2024 pada mahasiswa semester 2 kelas B program studi Pendidikan Matematika Universitas Ahmad Dahlan (UAD) yang berjumlah 13 mahasiswa. Dari 13 mahasiswa diambil dengan teknik *purposive sampling* sebanyak 3 mahasiswa sebagai subyek penelitian, masing-masing satu mahasiswa dari kategori tinggi, sedang dan rendah.

Data penelitian dikumpulkan dengan dua cara, yaitu dokumentasi dan wawancara. Soal yang diujikan sebagai soal ujian akhir semester telah divalidasi oleh salah satu dosen rumpun analisis Dr. Burhanuddin Nur Nugroho, M.Sc., Soal mengenai luas daerah bidang datar yang diberikan sebanyak satu soal yang berbentuk soal uraian. Soal untuk luas daerah bidang datar yang diberikan adalah:

Sketsa daerah yang dibatasi oleh sumbu  $x$ ,  $y = \sqrt{x}$ , dan  $y = -x + 6$ . Hitung luas daerahnya

Untuk menggali kesulitan mahasiswa dalam menyelesaikan soal dilakukan dengan teknik wawancara. Sedangkan dokumentasi yang berupa hasil pekerjaan mahasiswa dilakukan untuk mengetahui letak kesalahan dalam menyelesaikan soal. Analisis data menggunakan teknik berdasarkan teknik dari model Miles dan Huberman yaitu mereduksi data, penyajian data, menampilkan data, dan penarikan kesimpulan (Larosa & Iskandar, 2021; Sri Annisa & Mailani, 2023).

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Penelitian dilakukan pada mahasiswa sebanyak 13 mahasiswa pendidikan matematika UAD kelas B semester 2 tahun akademik 2023/2024, Dari hasil pekerjaan mahasiswa dianalisis kesalahan berdasarkan kesalahan konseptual (S), prosedural (P) dan teknikal (K). Bagi mahasiswa yang kesalahan mencakup tiga kesalahan (K,P,T) termasuk kategori rendah, yang terdiri dari dua kesalahan termasuk kategori sedang, dan jika hanya satu kategori saja termasuk kategori tinggi. Dari 13 mahasiswa yang termasuk kategori rendah sebanyak 5 mahasiswa, termasuk kategori sedang atau tinggi masing-masing 4 mahasiswa. Dari masing-masing kategori diambil satu mahasiswa untuk dilakukan analisis hasil pekerjaannya dan diwawancarai. Data kesalahan diperoleh

dari dokumentasi hasil pekerjaan mahasiswa pada mata kuliah kalkulus integral pada soal luas daerah bidang datar. Hasil pekerjaan dari mahasiswa dianalisis berdasarkan penyebab kesalahannya secara rinci dengan menggunakan tahapan Kastolan. Data kesalahan pekerjaan mahasiswa masing-masing dihitung persentasenya berdasarkan kesalahan (konseptual, prosedural dan teknikal). Data kesalahan pekerjaan UAS mahasiswa dalam menyelesaikan soal penerapan integral pada mata kuliah kalkulus integral berdasarkan jenis kesalahannya (Tabel 1) dan persentase kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal penerapan integral pada mata kuliah kalkulus integral (Tabel 2).

**Tabel 1.** Data Hasil Pekerjaan Mahasiswa Berdasarkan Jenis Kesalahan

No	Subyek	Soal Luas Bidang datar
1	AA	S,K
2	TSS	K
3	FDAF	K
4	ANA	S,P,
5	KLSQ	S,P,K
6	DRP	S,K
7	RR	S,P,K
8	RM	S,P,K
9	SS	S
10	RS	S,P
11	HMA	S
12	ASK	S,P,K
13	KIM	S,P,K

Kesalahan konseptual (S), kesalahan prosedural (P), kesalahan teknikal (K) dan tidak ada salah (T) pada masing-masing mahasiswa dalam mengerjakan soal luas bidang datar dapat dilihat pada Tabel 1.

**Tabel 2.** Persentase Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Luas Bidang Datar

No	Jenis kesalahan	Soal Luas Bidang datar
1	Kesalahan konseptual	84,62%
2	Kesalahan prosedural	53,85%
3	Kesalahan teknikal	69,23%

Dari Tabel 2 terlihat bahwa rata-rata kesalahan mahasiswa pada mata kuliah kalkulus integral untuk materi luas bidang datar kesalahan terbesar pada kesalahan konsep mencapai 84,62%, kesalahan prosedural 53,85% dan kesalahan teknikal 69,23%. Kesalahan terbesar dalam mengerjakan soal dilakukan pada kesalahan konseptual seperti hasil penelitian yang dilakukan oleh (Ayuningsih et al., 2020) dengan kesalahan konseptual sebesar 83%, kesalahan prosedural sebesar 56% dan kesalahan teknik sebesar 17%.

Analisis lebih dalam terhadap jawaban mahasiswa pada kategori tinggi (subyek FDAF), kategori sedang (subjek RS) dan kategori rendah (subjek AA). Analisis hasil pekerjaan mahasiswa disajikan pada Tabel 3, dengan pertanyaan yang diberikan yaitu :

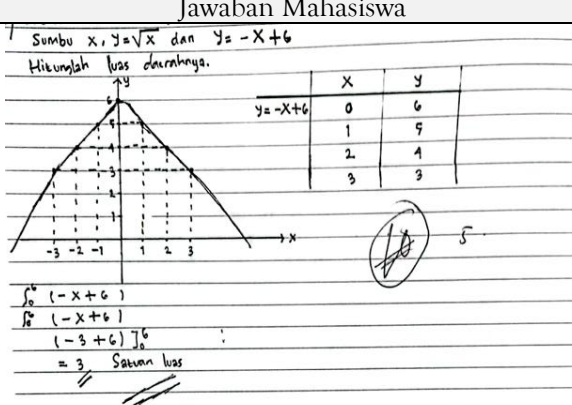
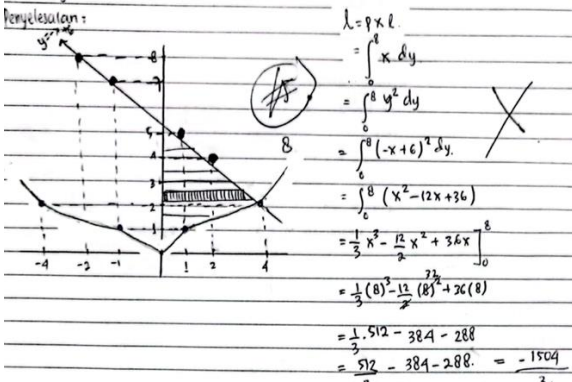
Soal 1.

Sketsakan daerah yang dibatasi oleh sumbu  $X$ ,  $y = \sqrt{x}$  dan  $y = -x + 6$ . Hitunglah luas daerahnya!

Hasil pekerjaan yang dilakukan oleh mahasiswa kategori rendah (AA) diawali dengan kesalahan konsep. Dari kesalahan konsep mengakibatkan kesalahan prosedural maupun teknikal. Alur penyelesaian yang dilakukan juga tidak beraturan. Pada penyelesaian soal yang diberikan, kesalahan diawali dari penggambaran garis  $y = -x + 6$  yang salah. Mahasiswa AA sudah berusaha membuat bantuan tabel untuk menemukan titik-titik yang dilalui oleh garis  $y = -x + 6$ , namun mahasiswa AA tidak bisa menghubungkan titik-titik secara benar untuk membuat garis lurus. Kesalahan berikutnya mahasiswa AA tidak dapat menggambar fungsi  $y = \sqrt{x}$ . Mahasiswa tidak menggunakan bantuan tabel untuk menentukan titik-titik untuk menggambar fungsi  $y = \sqrt{x}$ , tetapi mahasiswa AA asal saja membuat gambar grafik. Hal ini menunjukkan mahasiswa AA tidak paham konsep mengenai cara menggambar grafik secara benar. Oleh karena penggambaran grafiknya salah, sehingga AA tidak

memperoleh daerah bidang datar yang tertutup yang akan dicari luas daerahnya. Dari hasil wawancara dengan mahasiswa AA, diperoleh informasi bahwa mahasiswa AA kesulitan menggambar grafik karena bingung langkah yang harus dilakukan ketika mau menggambar, terutama menggambar fungsi  $y = \sqrt{x}$ . Menurut AA bantuan tabel hanya digunakan untuk membuat grafik garis lurus saja. Kesalahan berikutnya mahasiswa AA tidak memperoleh daerah bidang datar yang akan dihitung luas daerahnya. Hasil dari wawancara dengan mahasiswa AA diperoleh informasi : (1) Sebenarnya AA tidak tahu langkah menggambar grafik secara benar, (2) Mahasiswa tahu kalau nanti daerah yang akan digambar berupa daerah tertutup, namun tidak tahu cara menggambarinya. Sehingga hasil gambar yang diperolehnya AA tidak yakin, (3) Menurutnya soal yang diberikan terlalu sulit, seperti menggambar fungsi  $y = \sqrt{x}$  tidak bisa sehingga gambar yang diperoleh salah, dan (3) tidak tahu rumus untuk mencari luas bidang datar.

Tabel 3. Analisis Hasil Jawaban Pekerjaan Mahasiswa pada Soal Nomor Satu

No	Jawaban Mahasiswa	Analisis Kesalahan										
1	 <p>Sumbu <math>x, y = \sqrt{x}</math> dan <math>y = -x + 6</math> Hitunglah luas daerahnya.</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr><th>x</th><th>y</th></tr> <tr><td>0</td><td>6</td></tr> <tr><td>1</td><td>5</td></tr> <tr><td>2</td><td>4</td></tr> <tr><td>3</td><td>3</td></tr> </table> <p><math>\int_0^6 (-x+6)</math> <math>\int_0^6 (-x+6)</math> <math>(-3+6) \cdot 6</math> <math>= 9</math> Satuan luas</p>	x	y	0	6	1	5	2	4	3	3	<p>1) <b>Kesalahan Konseptual</b> Kesalahan konseptual yang dilakukan mahasiswa yaitu : (1) mahasiswa tidak dapat menggambar garis <math>y = x</math>, sumbu <math>x, y = -x + 6</math> dan <math>y = \sqrt{x}</math>, penggambaran dilakukan secara asal-asalan tanpa melakukan perhitungan, (2) tdiak menemukan daerah yang akan dihitung luas daerahnya, (3) rumus yang digunakan untuk menghitung luas daerah bidang datar salah, (4) daerah yang dihitung luasnya tidak jelas gambarnya.</p> <p>2) <b>Kesalahan Prosedural</b> Prosedur dalam menyelesaikan soal tidak beraturan. Daerah yang akan dihitung luasnya belum tergambar secara jelas, tetapi mahasiswa sudah menghitung luas daerahnya dengan menggunakan rumus yang salah dan pengambilan batas bawah dan batas atas yang salah.</p> <p>3) <b>Kesalahan Teknikal</b> Komputasi yang dilakukan mahasiswa salah akibat dari konsep dan prosedur yang dilakukan salah. Mahasiswa dalam melakukan pengintegralan salah, nampak bahwa mahasiswa tidak menguasai cara pengintegralan dan rumus dasar integral.</p>
x	y											
0	6											
1	5											
2	4											
3	3											
2	 <p>Penyelesaian:</p> <p><math>l = p \times l</math> <math>= \int_0^8 x \cdot dy</math> <math>= \int_0^8 y^2 dy</math> <math>= \int_0^8 (-x+6)^2 dy</math> <math>= \int_0^8 (x^2 - 12x + 36)</math> <math>= \frac{1}{3}x^3 - \frac{12}{2}x^2 + 36x \Big _0^8</math> <math>= \frac{1}{3}(8)^3 - \frac{12}{2}(8)^2 + 36(8)</math> <math>= \frac{1}{3} \cdot 512 - 384 + 288</math> <math>= \frac{512}{3} - 384 + 288 = \frac{1504}{3}</math></p>	<p>1) <b>Kesalahan Konseptual</b> Kesalahan konsep yang dilakukan mahasiswa yaitu : (1) Gambar yang dihitung luasnya seharusnya merupakan daerah yang tertutup, (2) konsep menggambar grafik <math>y = \sqrt{x}</math> yang seharusnya nilai absis <math>x \geq 0</math> masih salah, (3) konsep penentuan batas bawah dan batas atas yang dilakukan masih salah, (4) penggunaan rumus yang masih salah.</p> <p>2) <b>Kesalahan Prosedural</b> Mahasiswa sudah betul, melakukan langkah yaitu menggambar daerah yang akan dicari luasnya, menerapkan kedalam rumus luas daerah bidang datar, dan menghitung</p>										

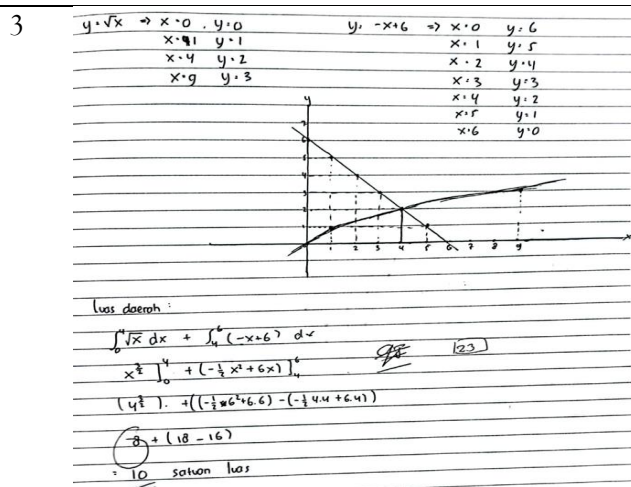
Gambar 1. Jawaban mahasiswa AA kategori rendah

Gambar 2. Jawaban mahasiswa RS kategori sedang

luasnya. Namun kesalahan terjadi karena ketika memaknai wakil pita persegi panjang yang masih salah, dan prosedur memasukkan ke dalam rumus untuk menghitung luas daerah bidang datar.

3) **Kesalahan Teknikal**

Mahasiswa dalam melakukan perhitungan dan pengintegralan sudah betul. Namun karena mahasiswa dalam melakukan kesalahan konsep dan prosedur sehingga hasil perhitungan yang didapatkan mengalami kesalahan (Jawaban tidak sesuai dengan yang ditanyakan).



Gambar 3. Jawaban mahasiswa FDAF kategori tinggi

1) **Kesalahan Konseptual**

Mahasiswa tidak mengalami kesalahan konsep dalam menyelesaikan soal mencari luas bidang datar. Konsep yang dilakukan sudah benar, menggambar daerah yang dicari luasnya dengan benar, menggunakan rumus dengan benar, menentukan batas atas dan batas bawah integral dengan benar, dan menggunakan rumus integral dengan benar.

2) **Kesalahan Prosedural**

Mahasiswa tidak mengalami kesalahan prosedur, dari awal penggambaran daerah bidang datar sampai langkah penggunaan rumus untuk menghitung luas daerah tidak melakukan kesalahan. Perlu ada tambahan daerah yang dihitung luas daerah bidang datar perlu diarsir agar jelas.

3) **Kesalahan Teknikal**

Mahasiswa dalam perhitungan mengalami kesalahan sedikit karena kurang teliti dalam menghitung integral  $\int_0^4 \sqrt{x} dx$ , sehingga hasil yang diperoleh mengalami kesalahan.

Rumus umum yang digunakan untuk menghitung luas daerah bidang datar adalah  $A = \int_a^b f(x)dx$ . Dari soal yang diberikan untuk menghitung luas daerah bidang datar harus dibagi menjadi dua bagian, sehingga luas daerah keseluruhan dengan jalan menjumlahkan kedua luas daerah tersebut, yaitu luas daerah  $(A) = \int_0^4 \sqrt{x}dx + \int_4^6 (-x + 6)dx$ . Berdasarkan hasil wawancara dengan mahasiswa AA diperoleh bahwa : (1) mahasiswa AA tidak membagi menjadi dua karena tidak tahu, (2) tidak dapat menyusun rumus untuk menghitung luas daerah bidang datar dari gambar yang diperoleh karena tidak yakin dengan gambar yang diperoleh dan tidak paham konsep untuk menghitung integral, dan (3) tidak dapat menentukan batas atas dan batas bawah sesuai gambar karena bingung.

Kesalahan dari mahasiswa AA juga terjadi pada penulisan rumus menghitung luas daerah bidang datar dan dalam melakukan pengintegralan. Mahasiswa AA menulis  $\int_0^6 (-x + 6) = (-3 + 6) = 3$ . Dari jawaban yang diberikan nampak penulisan integral sudah salah dan tidak lengkap, yaitu mahasiswa tidak paham harus ditambah dengan simbol  $dx$ . Mahasiswa tidak melakukan pengintegralan karena nampak hasil yang ditulis salah. Berdasarkan hasil wawancara diperoleh bahwa mahasiswa AA mengatakan (1) Lupa mengenai cara mengintegalkan, (2) Menulis angka tiga karena tidak teliti, (3) Dalam mengintegalkan lupa rumus integral, dan (3) Tidak menulis simbol  $dx$  karena kurang teliti. Dari jawaban yang diberikan mahasiswa AA yang termasuk dalam kategori rendah, dapat disimpulkan bahwa kesalahan yang dilakukan berawal dari kesalahan konsep yang

berakibat pada kesalahan prosedur dan kesalahan komputasi. Dari hasil analisis pekerjaan mahasiswa kategori rendah dapat disimpulkan telah terjadi kesalahan konseptual, kesalahan prosedural dan kesalahan teknis.

Kesalahan hasil pekerjaan mahasiswa kategori sedang RS diawali pada kesalahan konsep. Hal ini sama dengan yang dilakukan oleh mahasiswa AA. Pada langkah penggambaran grafik mahasiswa AA tidak menggunakan bantuan tabel untuk mencari titik-titik yang dilalui oleh garis  $y = -x + 6$ , sehingga gambar garis lurus yang dibuat tidak tepat. Hal ini terlihat bahwa garis  $y = -x + 6$  yang digambar tidak memotong sumbu Y di titik (0,6) dan tidak memotong sumbu X di titik (6,0). Penggambaran grafik fungsi  $y = \sqrt{x}$  tidak menggunakan bantuan tabel, sehingga gambar yang didapatkan juga tidak tepat. Grafik fungsi  $y = \sqrt{x}$  tidak mungkin berada di sebelah kiri sumbu Y, tetapi mahasiswa RS melakukan hal itu, sehingga menunjukkan bahwa pemahaman konsep masih kurang. Batas daerah yang akan dihitung luas daerahnya dibatasi oleh sumbu X, tetapi mahasiswa RS menggambar dengan batasan sumbu Y. Oleh karena, mahasiswa RS tidak dapat menggambar secara benar dan tidak memahami konsep menggambar dengan benar, maka hasil gambar yang diperoleh menjadi salah, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2.

Secara prosedur mahasiswa RS sudah melakukan langkah yang benar, yaitu dengan jalan menggambar daerah yang akan dicari luas daerahnya, menggambar wakil pita persegi panjang, selanjutnya memasukkan ke dalam rumus luas daerah bidang datar, dan melakukan komputasi dengan menghitung dengan rumus integral. Oleh karena, mahasiswa tidak memahami konsep membuat rumus luas daerah bidang datar yang secara umum berbentuk  $A = \int_c^d g(y)dy$  dengan mengambil batas atas d dan batas bawah c secara benar, maka mahasiswa RS mengalami kesalahan dalam menulis batas atas maupun batas bawah. Selain itu mahasiswa RS juga membuat kesalahan dalam menentukan fungsi  $g(y)$ . Rumus luas bidang datar yang seharusnya ditulis adalah  $A = \int_0^2 (-x + 6 - \sqrt{x})dy$ . Berdasarkan hasil wawancara dengan mahasiswa RS diperoleh hasil : (1) Mahasiswa RS paham langkah untuk mencari luas daerah bidang datar, yaitu dengan menggambar daerahnya terlebih dahulu, selanjutnya memasukkan ke rumus luas bidang datar, dihitung integralnya dan ketemu hasilnya, (2) Mahasiswa RS bingung ketika menggambar fungsi  $y = \sqrt{x}$  dan tidak menggunakan bantuan tabel karena titik-titik yang diperoleh langsung digambar di bidang koordinat, (3) Mahasiswa RS lupa kalau sumbu X harusnya digambar yang mendatar, bukan sumbu Y, (4) Mahasiswa RS tidak paham menentukan nilai  $g(y)$  maupun batas atas dan batas bawah, sehingga RS hanya menulis batasannya dari 0 sampai 8.

Kesalahan komputasi sebenarnya tidak dilakukan oleh mahasiswa RS dalam melakukan perhitungan pengintegralan. Kesalahan yang dilakukan oleh RS berawal dari kesalahan dalam memasukkan nilai  $g(y)$  dan kesalahan dalam menentukan batas atas maupun batas bawah saja. Hal ini berbeda dengan mahasiswa AA (kategori rendah) yang tidak bisa menghitung integral tentu secara benar. Dari hasil pekerjaan mahasiswa kategori sedang hasil pekerjaannya lebih baik dibanding dengan mahasiswa katgeori rendah, kesalahan yang dilakukan mahasiswa sedang pada kesalahan konseptual dan prosedural.

Mahasiswa dengan kategori tinggi FDAF secara keseluruhan dapat dikatakan tidak mengalami kesalahan, baik itu kesalahan konseptual, prosedural maupun kesalahan teknis. Kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa FDAF terjadi karena kurang teliti dalam melakukan pengintegralan  $\int_0^4 \sqrt{x}dx = x^{3/2} = 8$ , yang seharusnya  $\int_0^4 \sqrt{x}dx = \frac{2}{3}x^{3/2} = \frac{2}{3}(8) = \frac{16}{3}$ . Berdasarkan hasil wawancara dengan mahasiswa FDAF diperoleh informasi bahwa kesalahan yang dilakukan karena kurang teliti. Ketika peneliti menanyakan ke mahasiswa FDAF apakah dalam mencari luas daerah bidang datar tersebut rumus yang digunakan hanya itu saja? Jawaban yang diberikan menyatakan bahwa luas daerah juga dapat dicari dengan mengintegalkan terhadap dy, yaitu  $A = \int_0^2 (-x + 6 - \sqrt{x})dy$ . Dari jawaban ini menunjukkan bahwa mahasiswa FDAF yang termasuk dalam kategori tinggi paham mengenai konsep. Dari jawaban pekerjaan mahasiswa kategori tinggi kesalahan yang dilakukan karena kurang teliti.

Berdasarkan hasil analisis hasil pekerjaan mahasiswa dan wawancara dengan ketiga mahasiswa, beberapa temuan yang didapatkan yaitu: (1) Kesalahan terbesar mahasiswa dalam mengerjakan soal luas daerah bidang datar terletak pada kesalahan konseptual yaitu sebesar 84,62%. Penyebab kesalahan konsep karena mahasiswa tidak dapat menggambar grafik secara benar, mahasiswa kesulitan menentukan luas daerah bidang datar, belum memahami konsep penerapan rumus luas daerah bidang datar, belum dapat mengintegalkan dan menentukan batas atas dan batas bawah secara benar. Hasil ini sesuai dengan hasil penelitian sebelumnya yang dilakukan oleh

(Ahmad et al., 2016) yaitu kesalahan yang terjadi disebabkan kesulitan pada penggambaran grafik, daerah yang diraster dan penerapan rumus dasar integral; (2) mahasiswa kurang mampu menerjemahkan atau menginterpretasi data secara benar. Hasil ini sesuai dengan temuan dari (Jana, 2018) kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal disebabkan salah dalam menerjemahkan atau menginterpretasi bahasa dan data yang ada; (3) mahasiswa kurang teliti dalam melakukan perhitungan, hasil ini sesuai dengan temuan penelitian yang dilakukan (Aida Sari, 2023) mahasiswa mengalami kesalahan karena dalam melakukan perhitungan kurang teliti; dan (4) Mahasiswa tidak memahami semua informasi yang ada dalam soal secara benar. Informasi tentang kesalahan yang dilakukan mahasiswa dalam mengerjakan soal luas daerah bidang datar pada Kalkulus Integral ini dapat digunakan untuk meningkatkan kegiatan pembelajaran mata kuliah Kalkulus Integral dan harapannya nanti dapat meningkatkan hasil belajar kalkulus integral serta kesalahan yang serupa tidak terulang lagi.

## SIMPULAN

Dari hasil penelitian diperoleh kesalahan terbesar pada kesalahan konseptual sebesar 84,62%, selanjutnya kesalahan prosedur sebesar 53,85% dan kesalahan komputasi sebesar 69,23%. Faktor-faktor penyebab mahasiswa melakukan kesalahan dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar pada mata kuliah Kalkulus Integral diantaranya : (1) Mahasiswa kurang paham terhadap soal yang dihadapi, sehingga mahasiswa mengalami kebingungan ketika akan menyelesaikan masalahnya; (2) Mahasiswa kurang teliti dalam melakukan proses komputasi (perhitungan) yang menyebabkan kesalahan; (3) mahasiswa tidak mampu menggambar grafik fungsi dan menentukan daerah yang akan dihitung luas daerahnya; (4) Sebagian mahasiswa tidak paham prosedur yang digunakan untuk menghitung luas daerah bidang datar; (5) Sebagian mahasiswa tidak menguasai rumus dasar integral sebagai prasyarat dalam menghitung luas daerah bidang datar.

## Daftar Pustaka

- Ahmad, A. M., Kesulitan, A., & Matematika, B. (2016). *29-Article Text-29-1-10-20190717*. 159–176.
- Aida Sari, F. (2023). Analisis Kesalahan Mahasiswa Pada Mata Kuliah Matematika Terapan Berdasarkan Newmann'S Error Analysis. *SUPERMAT Jurnal Pendidikan Matematika*, 7(1), 45–62. <https://doi.org/10.33627/sm.v7i1.1049>
- Ayuningsih, R., Setyowati, R. D., & Utami, R. E. (2020). Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Program Linear Berdasarkan Teori Kesalahan Kastolan. *Imajiner: Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 2(6), 510–518. <https://doi.org/10.26877/imajiner.v2i6.6790>
- Firdaus, E. F., Amalia, S. R., & Zumeira, A. F. (2021). Analisis Kesalahan Siswa Berdasarkan Tahapan Kastolan dalam Menyelesaikan Soal Matematika. *Dialektika Pendidikan Matematika*, 8(1), 542–558.
- Ginangjar, A. Y. (2019). Pentingnya Penguasaan Konsep Matematika Dalam Pemecahan Masalah Matematika di SD. *Jurnal Pendidikan UNIGA*, 13(1), 121–129.
- Hajerina, Suciati, I., & Nurhalida Sartika. (2022). Analisis Kesalahan Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Masalah Turunan Fungsi Dua Variabel. *Koordinat Jurnal MIPA*, 3(2), 23–32. <https://doi.org/10.24239/koordinat.v3i2.41>
- Hakim, I. D., Ramlah, & Adirakasiwi, A. G. (2021). Analisis Kesalahan Siswa SMP dalam Menyelesaikan Soal Pemahaman Konsep Berdasarkan Tahapan Kastolan. *Jurnal Pendidikan Matematika Raflesia*, 6(1), 70–87. <https://doi.org/10.33369/jpmr.v6i1.14517>
- Jana, P. (2018). Analisis Kesalahan Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Soal Matematika Pada Pokok Bahasan Vektor. *Jurnal Mercumatika: Jurnal Penelitian Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 2(2), 8. <https://doi.org/10.26486/jm.v2i2.398>
- Laia, H. L. (2023). Analisis Kesalahan Siswa Berdasarkan Prosedur Polya dalam Materi Pecahan di Kelas VIII SMP Negeri 1 Luahagundre Maniamolo Tahun Pelajaran 2022/2023. *FAGURU: Jurnal Ilmiah Mahasiswa Keguruan*, 2(1), 1–15. <https://doi.org/10.57094/faguru.v2i1.669>
- Larosa, A. S., & Iskandar, R. (2021). Analisis Keterampilan Berbicara Siswa Melalui Pantun di Sekolah Dasar. *Jurnal Basicedu*, 5(5), 3723–3737. <https://doi.org/10.31004/basicedu.v5i5.1207>

- Lutfia, L., & Zanthly, L. S. (2019). Analisis Kesalahan Menurut Tahapan Kastolan Dan Pemberian Scaffolding Dalam Menyelesaikan Soal Sistem Persamaan Linear Dua Variabel. *Journal On Education*, 1(3), 396–404. <https://doi.org/10.31004/joe.v1i3.179>
- Manurung, S. L., Purba, B. I., Florentina, E., Haloho, B., Manik, E., & Medan, U. N. (2024). Analisis Kesalahan Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Soal Materi “ Orbit , Cycles , Dan Alternating Grup ” Pada. 06(3), 74–82.
- Miftahul Jannah, & Miftahul Hayati. (2024). Pentingnya kemampuan literasi matematika dalam pembelajaran matematika. *Griya Journal of Mathematics Education and Application*, 4(1), 40–54. <https://doi.org/10.29303/griya.v4i1.416>
- Najwa, W. A. (2021). Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Penjumlahan Bilangan Bulat Berdasarkan Teori Kastolan. *Jurnal Sekolah Dasar*, 6(1), 77–83. <https://doi.org/10.36805/jurnalsekolahdasar.v6i1.1288>
- Nurulaeni, F., & Rahma, A. (2022). Analisis Problematika Pelaksanaan Merdeka Belajar Matematika. *Jurnal Pacu Pendidikan Dasar*, 2(1), 35–45.
- Payapo, F., Kalauw, S., Kilala, R., Sauli, Y., Hulihulis, H., Sanadi, J., Fathurrahman, M., & Djakaria, I. (2024). Dinamika Pembelajaran Matematika Dalam Konteks Pandemi Covid-19 : Sebuah Analisis Bibliometrik. *Journal of Mathematic Education Kambik* 2(1), 1–16.
- Putri, O. O., & Roesdiana, L. (2023). Analisis kesalahan siswa pada materi aljabar ditinjau dari kemampuan pemahaman konsep matematis. *Jurnal Pembelajaran Matematika Inovatif*, 6(2), 829–840. <https://doi.org/10.22460/jpmi.v6i2.16905>
- Rahayu, S., Ladamay, I., Ulfatin, N., Kumala, F. N., & Watora, S. A. (2021). Pengembangan Lkpd Elektronik Pembelajaran Tematik Berbasis High Order Thinking Skill (Hots). *EduHumaniora | Jurnal Pendidikan Dasar Kampus Cibiru*, 13(2), 112–118. <https://doi.org/10.17509/eh.v13i2.36284>
- Siswanto, R. D., & Ratiningsih, R. P. (2020). Korelasi Kemampuan Berpikir Kritis dan Kreatif Matematis dengan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Materi Bangun Ruang. *ANARGYA: Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, 3(2), 96–103. <https://doi.org/10.24176/anargya.v3i2.5197>
- Soesanto, R. H. (2021). Tinjauan Analisis Kesalahan Mahasiswa Pada Mata Kuliah Aljabar Linear Berdasarkan Model Tahapan Kastolan. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 4(1), 1–12.
- Solfitri, T., & Siregar, H. M. (2021). the Development of Integration Techniques Module To Improve Mathematical Creative Thinking Ability in Integral Calculus. *JURNAL PAJAR (Pendidikan Dan Pengajaran)*, 5(2), 296–305. <https://doi.org/10.33578/pjr.v5i2.8221>
- Sonia, A., Suanto, E., Kartini, & Maimunah. (2023). Analisis Kesalahan Siswa Menurut Kastolan dalam Menyelesaikan Soal Tipe AKM Numerasi pada Domain Geometri. *AXIOM: Jurnal Pendidikan Dan Matematika*, 12(1), 34–45. <http://dx.doi.org/10.30821/axiom.v12i1.15549>
- Sri Annisa, I., & Mailani, E. (2023). Analisis Faktor Penyebab Kesulitan Siswa Dalam Pembelajaran Tematik. *INNOVATIVE: Journal Of Social Science Research*, 3(2), 6469–6477. <https://doi.org/10.31004/innovative.v3i2.1130>
- Sudarsana, I. N. G., Sridana, N., Lu'luilmaknun, U., & Baidowi, B. (2023). Analisis Kesulitan Belajar Siswa Kelas X TITL Dalam Menyelesaikan Soal Materi Operasi Matriks di SMKN 2 Gerung Tahun Ajaran 2022/2023. *Jurnal Ilmiah Profesi Pendidikan*, 8(1b), 654–664. <https://doi.org/10.29303/jipp.v8i1b.1318>
- Susilawati, S., Asyiah, N., & Iskandar, M. N. (2022). Pelatihan Penyusunan Lembar Kerja Peserta Didik Interaktif Menggunakan Aplikasi Liveworksheet bagi Guru SD. *Warta LPM*, 25(3), 388–396. <https://doi.org/10.23917/warta.v25i3.1034>
- Trisnani, N. (2022). Pembelajaran Matematika Sekolah Dasar: Antara Kepercayaan Vs Realita. *AR-RIAYAH : Jurnal Pendidikan Dasar*, 6(1), 49. <https://doi.org/10.29240/jpd.v6i1.4034>
- Utari, R. S., & Utami, A. (2019). Kemampuan Pemahaman Konsep Mahasiswa Dalam Mengidentifikasi

Penyelesaian Soal Integral Tak Tentu Dan Tentu. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 14(1), 39–50.  
<https://doi.org/10.22342/jpm.14.1.6820.39-50>

Vhantoria, F. (2022). Analisis Kesalahan Mahasiswa Menyelesaikan Soal Ketaksamaan Yang Melibatkan Nilai Mutlak Berdasarkan Teori Kastolan. *Eksponen*, 12(1). <https://doi.org/10.47637/eksponen.v12i1.513>

Yulianto, H. (2024). Filosofi Matematika Bisnis. *JICN: Jurnal Intelek Dan Cendikiawan Nusantara*, 1(2), 796–807.